

ภาคผนวก

1. ค่าคงตัวทางฟิสิกส์

ค่าคงตัวเชิงโน้มถ่วง (Gravitational constant)	G	$6.672 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$
อัตราเร็วของแสง (Speed of light)	c	$2.997925 \times 10^8 \text{ m/sec}$
ประจุอิเล็กตรอน (Electron charge)	e	$1.60219 \times 10^{-19} \text{ C}$
เลขอาโวกาโดร (Avogadro's number)	N_A	$6.0220 \times 10^{23} \text{ particles/mole}$
ค่าคงตัวของก๊าซ (Gas constant)	R	$5.314 \text{ J/mole}\cdot\text{K}$
		$1.9872 \text{ cal/mole}\cdot\text{K}$
		$8.206 \times 10^{-2} \text{ l}\cdot\text{atm/mole}\cdot\text{K}$
ค่าคงตัวของโบลต์ซมันน์ (Boltzmann's constant) $k = R/N_A$	$k = R/N_A$	$1.3807 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ $8.617 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$
มวลของอิเล็กตรอน (Mass of electron)	m_e	$9.1095 \times 10^{-31} \text{ kg}$ $511.0 \text{ keV}/c^2$
มวลของโปรตรอน (Mass of proton)	m_p	$1.67265 \times 10^{-27} \text{ kg}$ $938.28 \text{ MeV}/c^2$
มวลของนิวตรอน (Mass of neutron)	m_n	$1.67495 \times 10^{-27} \text{ kg}$ $939.57 \text{ MeV}/c^2$

2. การเทียบหน่วยตามมาตรฐานต่าง ๆ

สมการต่อไปนี้แสดงปริมาณสำหรับเทียบหน่วยตามมาตรฐานต่าง ๆ สมการใดที่มีเครื่องหมายดอกจัน (*) นั้นกำกับกับหมายถึงปริมาณที่แท้จริง

ความยาว	มวล
*1 in = 2.54 cm	*1 kg = 10 ³ gm
*1 ft = 12 in = 30.48 cm	1 slug = 14.59 kg
*1 yd = 3 ft = 91.44 cm	1 kg = 6.852 × 10 ⁻² slug
1 m = 1.0936 yd = 3.281 ft = 39.37 in	1 kg = 6.022 × 10 ²⁶ u
*1 mi = 5280 ft = 1760 yd	1 u = 1.6606 × 10 ⁻²⁷ kg
1 mi = 1.609 km	ความหนาแน่น
1 light-year = 9.461 × 10 ¹⁵ m	1 gni/cm ³ = 10 ³ kg/m ³
*1 Å = 10 ⁻¹⁰ m	(1 gm/cm ³)g = 62.4 lb/ft ³
พื้นที่	แรง
*1 in ² = 6.4516 cm ²	1 lb = 4.4482 N
1 ft ² = 9.29 × 10 ⁻² m ²	1 N = 0.2248 lb = 10 ⁵ dyne
*1 cm ² = 10 ⁻⁴ m ²	(1 kg)g = 2.2046 lb
*1 acre = 43,560 ft ²	*1 ton = 2000 lb
1 mi ² = 640 acres = 2.590 km ²	ความดัน
ปริมาตร	1 lb/in ² = 6.895 × 10 ³ N/m ²
1 in ³ = 16.39 cm ³	*1 atm = 1.01325 bar = 1.01325 × 10 ⁵ N/m ²
1 ft ³ = 1728 in ³ = 28.32 l = 7.832 × 10 ³ cm ³	1 mm Hg = 133.32 N/m ²
1 l = 1000 cm ³ = 10 ⁻³ m ³ = 3.531 × 10 ⁻² ft ³	1 in H ₂ O = 1.868 mm Hg = 249.1 N/m ²
1 gal = 4 qt = 8 pt = 128 oz = 231 in ³	พลังงาน
1 gal = 3.786 l	1 ft-lb = 1.356 J = 3.766 × 10 ⁻⁷ kW-h =
เวลา	1.286 × 10 ⁻³ Btu
*1 h = 60 min = 3600 sec	*1 cal = 4.1840 J
*1 d = 24 h = 1440 min = 8.64 × 10 ⁴ sec	1 Btu = 778 ft-lb = 252 cal = 1054 J
1 y = 365.24 d = 3.156 × 10 ⁷ sec	1 eV = 1.602 × 10 ⁻¹⁹ J
ความเร็ว	1 l-atm = 101.325 J = 24.217 cal
*1 ft/sec = 0.3048 m/sec	*1 kW-h = 3.6 × 10 ⁶ J
1 mi/h = 0.4410 m/sec	กำลังงาน
1 mi/h = 1.467 ft/sec	1 horsepower = 550 ft-lb/sec = 745.7 W
มุมและความเร็วเชิงมุม	1 Btu/min = 0.02357 horsepower = 17.58 W =
*π rad = 180°	4.200 cal/sec
1 rad = 57.30°	1 W = 1.341 × 10 ⁻³ horsepower = 0.7376 ft-lb/sec
1° = 1.745 × 10 ⁻² rad	ความเหนี่ยวนำแม่เหล็ก
1 rev/min = 0.1047 rad/sec	*1 G = 10 ⁻⁴ T
1 rad/sec = 9.549 rev/min	*1 T = 10 ⁴ G

3. สูตรทางคณิตศาสตร์

รากของสมการกำลังสอง

ถ้า

$$ax^2 + bx + c = 0$$

จะได้

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

การแจกแจงตามทฤษฎีบททวินาม

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \dots$$

$$(a+b)^n = a^n(1+x)^n \quad \text{โดยที่ } x = \frac{b}{a}$$

หรือ

$$(a+b)^n = b^n(1+y)^n \quad \text{โดยที่ } y = \frac{a}{b}$$

4. สูตรทางตรีโกณมิติ

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \quad \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1 \quad \csc^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - 2 \sin^2 \theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$\sin \frac{1}{2}\theta = \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} \quad \cos \frac{1}{2}\theta = \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}} \quad \tan \frac{1}{2}\theta = \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}}$$

$$\sin (A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

$$\cos (A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

$$\tan (A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$$

$$\sin A \pm \sin B = 2 \sin \left[\frac{1}{2}(A \pm B) \right] \cos \left[\frac{1}{2}(A \mp B) \right]$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \left[\frac{1}{2}(A + B) \right] \cos \left[\frac{1}{2}(A - B) \right]$$

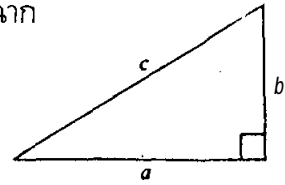
$$\cos A - \cos B = 2 \sin \left[\frac{1}{2}(A + B) \right] \sin \left[\frac{1}{2}(B - A) \right]$$

$$\tan A \pm \tan B = \frac{\sin (A \pm B)}{\cos A \cos B}$$

5. สูตรทางเรขาคณิต และเรขาคณิตวิเคราะห์

ทฤษฎีพีทาโกรัสแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านต่าง ๆ ของสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$c^2 = a^2 + b^2$$



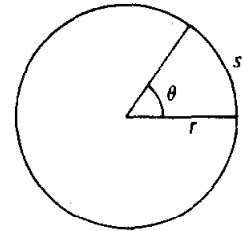
ระยะทาง d ระหว่างตำแหน่งซึ่งมีพิกัดเป็น (x_1, y_1) และ (x_2, y_2)

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

ส่วนโค้ง s เป็นสัดส่วนกับรัศมีและมุม θ (เรเดียน)

$$s = r\theta$$

$$\theta = \frac{s}{r}$$



เส้นรอบวงของวงกลม

$$C = 2\pi r$$

พื้นที่ของวงกลม

$$A = \pi r^2$$

พื้นที่ของสามเหลี่ยม

$$A = \frac{1}{2}bh$$

พื้นที่ของทรงกลม

$$A = 4\pi r^2$$

ปริมาตรของทรงกลม

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

ปริมาตรของทรงกระบอก

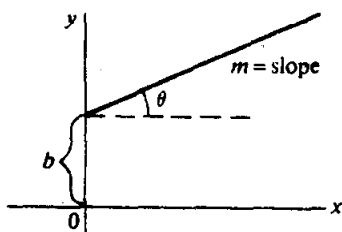
$$V = \pi r^2 t$$

สมการเส้นตรง

$$y = mx + b$$

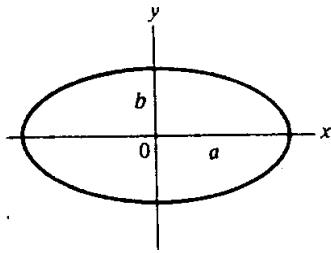
b = จุดตัดบนแกน y

m = ความชัน = $\tan \theta$



สมการของวงกลมซึ่งมีรัศมี R และจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด

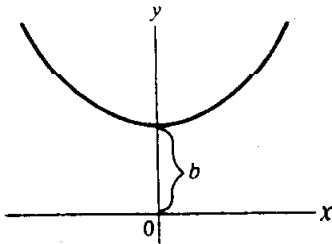
$$x^2 + y^2 = R^2$$



สมการของวงรีซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

a = ครึ่งหนึ่งของแกนประธาน
b = ครึ่งหนึ่งของแกนรอง

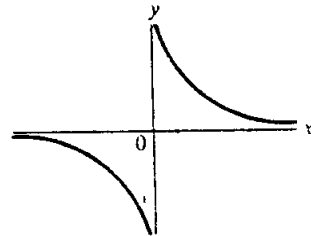


สมการของพาราโบลาซึ่งมีจุดยอดอยู่ที่ $y = b$

$$y = ax^2 + b$$

สมการของไฮเพอร์โบลา

$$xy = \text{constant}$$



6. สูตรทางแคลคูลัส

Derivatives of particular functions

$$\frac{dC}{dt} = 0 \quad \text{where } C \text{ is a constant}$$

$$\frac{d(t^n)}{dt} = nt^{n-1}$$

$$\frac{d}{dt} \sin \omega t = \omega \cos \omega t$$

$$\frac{d}{dt} \cos \omega t = -\omega \sin \omega t$$

$$\frac{d}{dt} e^{bt} = be^{bt}$$

$$\frac{d}{dt} \ln bt = \frac{1}{t}$$

Integration formulas'

$$\int A dt = At$$

$$\int e^{bt} dt = \frac{1}{b} e^{bt}$$

$$\int At dt = \frac{1}{2} At^2$$

$$\int \cos \omega t dt = \frac{1}{\omega} \sin \omega t$$

$$\int At^n dt = A \frac{t^{n+1}}{n+1} \quad n \neq -1$$

$$\int \sin \omega t dt = -\frac{1}{\omega} \cos \omega t$$

$$\int At^{-1} dt = A \ln t$$

* In these formulas A , b , and ω are constants. An arbitrary constant C can be added to the right side of each equation.

7. อักษรกรีก

THE GREEK ALPHABET

ตัวใหญ่ (Capital)	ตัวเล็ก (Lowercase)	ชื่อ (Name)
A	α	alpha
B	β	beta
Γ	γ	gamma
Δ	δ	delta
E	ϵ	epsilon
Z	ζ	zeta
H	η	eta
Θ	θ	theta
I	ι	iota
K	κ	kappa
Λ	λ	lambda
M	μ	mu
N	ν	nu
Ξ	ξ	xi
O	\omicron	omicron
Π	π	pi
P	ρ	rho
Σ	σ	sigma
T	τ	tau
Υ	υ	upsilon
Φ	ϕ	phi
X	χ	chi
Ψ	ψ	psi
Ω	ω	omega

8. ดีเทอร์มิแนนต์ (Determinant)

ดีเทอร์มิแนนต์อันดับ n ประกอบด้วย n แถว (แถวนอน) และ n คอลัมน์ (แถวตั้ง)

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

ค่า Δ หาได้ดังนี้ $\Delta = \sum_{i,j,k,\dots} \epsilon_{ijk\dots} a_{i1} a_{j2} a_{k3} \dots$

ตัวอย่างค่าดีเทอร์มิแนนต์อันดับ 3 คือ สมการ A.5.3 สมการ A.5.2 ซึ่งมีค่าเหมือนสมการ A.5.3 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปดีเทอร์มิแนนต์ อันดับ 2 ได้เป็น

$$\vec{A} \times \vec{B} = \hat{e}_1 \begin{vmatrix} A_2 & A_3 \\ B_2 & B_3 \end{vmatrix} - \hat{e}_2 \begin{vmatrix} A_1 & A_3 \\ B_1 & B_3 \end{vmatrix} + \hat{e}_3 \begin{vmatrix} A_1 & A_2 \\ B_1 & B_2 \end{vmatrix}$$

ค่า 2×2 ดีเทอร์มิแนนต์ ซึ่งหามาจาก 3×3 ดีเทอร์มิแนนต์ เรียกว่า “minor” นั่นคือ ดีเทอร์มิแนนต์ อันดับ n สามารถกระจายเป็นผลบวกของผลคูณระหว่าง element ของแถวใดแถวหนึ่ง (หรือคอลัมน์ใดคอลัมน์หนึ่ง) กับ minor ที่สอดคล้องกัน โดยมีสูตรดังนี้ ถ้าเรากระจายโดยเลือก element ของคอลัมน์ j^{th}

$$\Delta = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+j} a_{ij} M_{ij}$$

เมื่อ M_{ij} คือ ดีเทอร์มิแนนต์ที่เขียนขึ้นโดยไม่นำแถว i^{th} และคอลัมน์ j^{th} มาเขียนด้วย สมการ A.6.1 อาจเขียนได้ดังนี้

$$A = \sum_{i=1}^n a_{ij} C_{ij}$$

เมื่อ

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij} \equiv \text{cofactor}$$

การหารากของสมการ non homogeneous linear equations

ถ้าเรามีสมการ n สมการ และมีตัวไม่ทราบค่า n ตัว โดยสมการมีรูปร่างข้างล่างนี้

$$\begin{aligned} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n &= h_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n &= h_2 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \dots + a_{nn} x_n &= h_n \end{aligned}$$

เมื่อ h_1, \dots, h_n เป็นค่าคงที่ที่ทราบค่าโดยอาศัยความรู้เรื่องดีเทอร์มิแนนต์ ค่า x_1, \dots, x_n หาได้ดังนี้

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \dots, x_n = \frac{\Delta_n}{\Delta}$$

เมื่อ

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

และ Δ_j คือ ดีเทอร์มิแนนต์ที่แทน element ในคอลัมน์ j^{th} ด้วยคอลัมน์ของตัวคงที่ h 's เช่น

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & h_1 & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & h_2 & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & h_n & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

การหารากของสมการแบบนี้จะมีประโยชน์มาก

๑. ตารางค่าตรีโกณมิติ

<i>Angle</i>					<i>Angle</i>				
<i>Degrees</i>	<i>Radians</i>	<i>Sine</i>	<i>Cosine</i>	<i>Tangent</i>	<i>Degrees</i>	<i>Radians</i>	<i>Sine</i>	<i>Cosine</i>	<i>Tangent</i>
0°	0.000	0.000	1.000	<i>0.000</i>					
1°	0.017	0.017	1.000	0.017	46°	0.803	0.719	0.695	1036
2°	0.035	0.035	0.999	0.035	47°	0.820	0.731	0.682	1 072
3°	0.052	0.052	0.999	0.052	48°	0.838	0.743	0.669	1.111
4°	0.070	0.070	0.998	0.070	49°	0.855	0.755	0.656	1.150
5°	0.087	0.087	0.996	0.087	50°	0.873	0.766	0.643	1.192
6°	0.105	0.105	0.995	0.105	51°	0.890	0.777	0.629	1.235
7°	0.122	0.122	0.993	0.123	52°	0.908	0.788	0.616	1.280
8°	0.140	0.139	0.991	0.141	53°	0.925	0.799	0.602	1.327
9°	0.157	0.156	0.988	0.158	54°	0.942	0.809	0.588	1.376
10°	0.175	0.174	0.985	0.176	55°	0.960	0.819	0.574	1.428
11°	0.192	0.191	0.982	0.194	56°	0.977	0.829	0.559	1.483
12°	0.209	0.208	0.978	0.213	57°	0.995	0.839	0.545	1.540
13°	0.227	0.225	0.974	0.231	58°	1.012	0.848	0.530	1.600
14°	0.244	0.242	0.970	0.249	59°	1.030	0.857	0.515	1.664
15°	0.262	0.259	0.966	0.268	60°	1.047	0.866	0.500	1.732
16°	0.279	0.276	0.961	0.287	61°	1.065	0.875	0.485	1.804
17°	0.297	0.292	0.956	0.306	62°	1.082	0.883	0.469	1.881
18°	0.314	0.309	0.951	0.325	63°	1.100	0.891	0.454	1.963
19°	0.332	0.326	0.946	0.344	64°	1.117	0.899	0.438	2.050
20°	0.349	0.342	0.940	0.364	65°	1.134	0.906	0.423	2.145
21°	0.367	0.358	0.934	0.384	66°	1.152	0.914	0.407	2.246
22°	0.384	0.375	0.927	0.404	67°	1.169	0.921	0.391	2.356
23°	0.401	0.391	0.921	0.424	68°	1.187	0.927	0.375	2.475
24°	0.419	0.407	0.914	0.445	69°	1.204	0.934	0.358	2.605
25°	0.436	0.423	0.906	0.466	70°	1.222	0.940	0.342	2.748
26°	0.454	0.438	0.899	0.488	71°	1.239	0.946	0.326	2.904
27°	0.471	0.454	0.891	0.510	72°	1.257	0.951	0.309	3.078
28°	0.489	0.469	0.883	0.532	73°	1.274	0.956	0.292	3.271
29°	0.506	0.485	0.875	0.554	74°	1.292	0.961	0.276	3.487
30°	0.524	0.500	0.864	0.577	75°	1.309	0.966	0.259	3.732
31°	0.541	0.515	0.857	0.601	76°	1.326	0.970	0.242	4.011
32°	0.559	0.530	0.848	0.625	77°	1.344	0.974	0.225	4.332
33°	0.576	0.545	0.839	0.649	78°	1.361	0.978	0.208	4.705
34°	0.593	0.559	0.829	0.675	79°	1.379	0.982	0.191	5.145
35°	0.611	0.574	0.819	0.700	80°	1.396	0.985	0.174	5.671
36°	0.628	0.588	0.809	0.727	81°	1.414	0.988	0.156	6.314
37°	0.646	0.602	0.799	0.754	82°	1.431	0.990	0.139	7.115
38°	0.663	0.616	0.788	0.781	83°	1.449	0.993	0.122	8.144
39°	0.681	0.629	0.777	0.810	84°	1.466	0.995	0.105	9.514
40°	0.698	0.643	0.766	0.839	85°	1.484	0.996	0.087	11.43
41°	0.716	0.656	0.755	0.869	86°	1.501	0.998	0.070	14.30
42°	0.733	0.669	0.743	0.900	87°	1.518	0.999	0.052	19.08
43°	0.750	0.682	0.731	0.933	88°	1.536	0.999	0.035	28.64
44°	0.768	0.695	0.719	0.966	89°	1.553	1.000	0.017	57.29
45°	0.785	0.707	0.701	1.000	90°	1.571	1.000	0.000	

10. ตารางค่า e^x , e^{-x} และ $\ln x$

x	e^x	e^{-x}	$\ln x$	x	e^x	e^{-x}	$\ln x$
0.0	1.0000	1.0000	-	3.0	20.086	.04979	1.099
0.1	1.1052	90484	2.303	3.1	22.198	.04505	1.131
0.2	1.2214	.81873	1.609	3.2	24.533	.04076	1.163
0.3	1.3499	.74082	1.204	3.3	27.113	.03688	1.194
0.4	1.4918	.67032	0.916	3.4	29.964	.03337	1.224
0.5	1.6487	60653	0.693	3.5	33.115	.03020	1.253
0.6	1.8221	.54881	0.511	3.6	36.598	.02732	1.281
0.7	2.0138	.49659	0.357	3.7	40.447	.02472	1.308
0.8	2.2255	.44933	0.223	3.8	44.701	.02237	1.335
0.9	2.4596	.40657	0.105	3.9	49.402	.02024	1.361
1.0	2.7183	.36788	0	4.0	54.598	.01832	1.386
1.1	3.0042	.33287	0.095	4.1	60.340	.01657	1.411
1.2	3.3201	.30119	0.182	4.2	66.686	.01500	1.435
1.3	3.6693	.27253	0.262	4.3	73.700	.01357	1.459
1.4	4.0552	.24660	0.336	4.4	81.451	.01228	1.482
1.5	4.4817	.22313	0.405	4.5	90.017	.01111	1.504
1.6	4.9530	.20190	0.470	4.6	99.484	.01005	1.526
1.7	5.4739	.18268	0.531	4.7	109.95	.00910	1.548
1.8	6.0496	.16530	0.588	4.8	121.51	.00823	1.569
1.9	6.6859	.14957	0.642	4.9	134.29	.00745	1.589
2.0	7.3891	.13534	0.693	5.0	148.41	.00674	1.609
2.1	8.1662	.12246	0.742	5.5	244.69	.00409	1.705
2.2	9.0250	.11080	0.788	6.0	403.43	.00248	1.792
2.3	9.9742	.10026	0.833	6.5	665.14	.00150	1.872
2.4	11.023	.09072	0.875	7.0	1096.6	.00091	1.946
2.5	12.182	.08208	0.916	7.5	1808.0	.00055	2.015
2.6	13.464	.07427	0.956	8.0	2981.0	.00034	2.079
2.7	14.880	.06721	0.993	8.5	4914.8	.00020	2.140
2.8	16.445	.06081	1.030	9.0	8103.1	.00012	2.197
2.9	18.174	.05502	1.065	9.5	13360	.00007	2.251
3.0	20.086	.04979	1.099	10.0	22026	.00005	2.303